

Analysis of Repetition Pattern and Geometric Characteristics of Regular Bases in Karbandi

Mir Ali Aidini¹, Yaser Shahbazi^{2*} , Farhad Akhundi³

1. Master Student, Faculty of Architecture and Urbanism, Tabriz Islamic Art University, Tabriz, Iran
2. Associate Professor, Faculty of Architecture and Urbanism, Tabriz Islamic Art University, Tabriz, Iran
3. Assistant Professor, Faculty of Architecture and Urbanism, Tabriz Islamic Art University, Tabriz, Iran

Article Info

Original Article

Received: 2021/03/20;
Accepted: 2021/07/06;
Published Online 2021/09/15

 [10.30699/athar.42.2.194](https://doi.org/10.30699/athar.42.2.194)

Use your device to scan
and read the article online



Corresponding Author

Yaser Shahbazi

Associate Professor,
Faculty of Architecture and
Urbanism, Tabriz Islamic
Art University, Tabriz, Iran

Email:

y.shahbazi@tabriziau.ac.ir

ABSTRACT

The Karbandi is one of the original elements of Iranian architecture that has been an outcome of Iranian architects' dominance on geometry and mathematics. Designing Karbandies, choosing the base is a crucial key. It has always been a question "How to easily found related Karbandies for a Specific base?" and "By what pattern are the regular bases in Karbandies repeated?". The present study is done to answer these questions. To achieve this goal, first, all the drawable Karbandies were drawn and then the bases in them were examined and explored. Bases in Karbandies were divided into two general coincidental and non-coincidental categories. Then the number of Karbandies with squares, rectangles, equilateral triangles, and regular polygons and corresponding repetition pattern for each plan was determined. It was shown that for each regular polygon the general pattern of repetition is $a_n = kn + n$, $k, n \in N$. Also, the relationship between chord length in planar geometry of Karbandi, the height of Karbandi, and area of Shamse was examined and it was stated that the more we move in the types of one specific number of Karbandi, the length of the chord, the height of Karbandi and number of internal divisions in its geometry increases, but the area of the Shamse decreases. Besides, by examining a special type with the ability to generalize to all number of Karbandies, it was concluded that the length of the chords and consequently the height of the Karbandi is decreasing, but the area of the Shamse is increasing.

Keywords: Karbandi, Geometry, Base, General sequence, Iranian architecture

Copyright © 2021. This open-access journal is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-NonCommercial terms.

How to Cite This Article:

Aidini, M A, Shahbazi Y, Akhundi, F. (2021). Analysis of Repetition Pattern and Geometric Characteristics of Regular Bases in Karbandi. *Athar*, 42(2), 194-210.

مقاله پژوهشی

واکاوی مفاهیم مشترک تکرارشونده و مشخصات هندسی زمینه‌های منتظم در کاربردی

میرعلی آیدینی^۱، یاسر شهبازی^{۲*}، فرهاد آخوندی^۳

۱. دانشجوی کارشناسی‌ارشد، دانشکده فناوری معماری، دانشگاه هنر اسلامی تبریز، تبریز، ایران
۲. دانشیار، سازه‌های هوشمند و فناوری معماری، دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز، تبریز، ایران
۳. استادیار، دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز، تبریز، ایران

اطلاعات مقاله	خلاصه
دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۳۰ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۴/۱۵ انتشار آنلاین: ۱۴۰۰/۰۶/۲۴	
نویسنده مسئول: یاسر شهبازی دانشیار سازه‌های هوشمند و فناوری معماری، دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز، تبریز، ایران پست الکترونیک: y.shahbazi@tabriziau.ac.ir	<p>کاربندی یکی از عناصر اصیل معماری ایرانی، حاصل ذوق و تسلط معماران ایرانی بر علم ریاضیات و هندسه بوده است. در استفاده از کاربردی‌ها، زمینه (پلان یا کارشیو) یکی از ارکان جدایی‌ناپذیر فرآیند طراحی می‌باشد و همواره این سؤالات مطرح بوده است که چگونه می‌توان برای یک زمینه، به‌سادگی کاربردی‌های مربوط به آن را پیدا نمود؟ زمینه‌های منتظم موجود در کاربردی‌ها با چه مفاهیم مشترک تکرارشونده هندسی تکرار می‌شوند؟ پژوهش حاضر با اتکا بر برهان‌های ریاضی و گزاره‌های قاعده‌مند و مبتنی بر علم هندسه و احکام بدیهی در صدد پاسخگویی به سؤالات مذکور است؛ لذا روش تحلیل به‌کاررفته در آن روش توصیفی و استدلال منطقی است که اطلاعات لازم در مورد کاربردی به‌صورت مطالعات کتابخانه‌ای، بررسی مقالات داخلی و خارجی، مشاهدات میدانی و مدل‌سازی‌های رایانه‌ای گردآوری شده است. نخست تمامی کاربردی‌های ممکن، ترسیم و مدل‌سازی شده و سپس زمینه‌های موجود در آن‌ها بررسی و کنکاش شدند. سپس شماره کاربردی‌ها، n، نوع آن، m و الگوی تکرار برای زمینه‌های منطبق، مربع، مستطیل، مثلث متساوی‌الاضلاع و چندضلعی منتظم مشخص شده است. نشان داده شد که برای هر k ضلعی منتظم جمله عمومی الگوی تکرار آن به ازای $k \geq 3$ به صورت $a_n = kn * n$ می‌باشد. در ادامه، نشان داده شد که تمامی کاربردی‌های زوج با شماره بزرگ‌تر از چهار، منطبق بر زمینه پیکربند مستطیلی خواهند بود. رابطه بین طول وتر در هندسه پلانی کاربردی، ارتفاع کاربردی و مساحت شمسه نیز ارزیابی شد. نتایج ارزیابی حاکی از آنست که برای یک شماره ثابت n، هرچقدر در نوع آن کاربردی، m، پیش می‌رویم، طول وتر، دهانه قوس، ارتفاع کاربردی و تعداد تقسیم‌بندی‌های داخلی در هندسه کاربردی افزایش و مساحت شمسه کاهش می‌یابد. همچنین برای یک نوع خاص m، با افزایش شماره، n، طول وترها و در نتیجه ارتفاع کاربردی کاهش و مساحت شمسه افزایش می‌یابد.</p>
	کلیدواژه‌ها: کاربردی، هندسه، زمینه، جمله عمومی، معماری ایرانی
	حق کپی‌رایت انتشار: این نشریه دارای دسترسی باز، تحت قوانین گواهی‌نامه بین‌المللی Creative Commons Attribution 4.0 International License منتشر می‌شود که اجازه اشتراک (تکثیر و بازآرایی محتوا به هر شکل) و انطباق (باز ترکیب، تغییر شکل و بازسازی بر اساس محتوا) را می‌دهد.

آیدینی، میرعلی، شهبازی، یاسر، آخوندی، فرهاد (۱۴۰۰). واکاوی مفاهیم مشترک تکرارشونده و مشخصات هندسی زمینه‌های منتظم در کاربردی. فصلنامه علمی آذر، ۴۲ (۲)، ۲۱۰-۱۹۴.

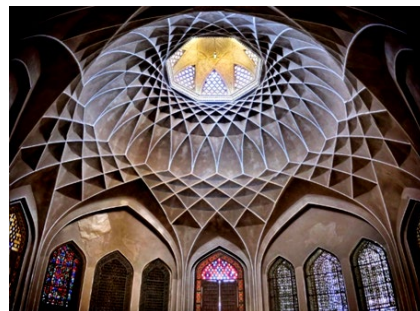
مقدمه

ایران استفاده شده است (شکل ۱). همچنین یکی دیگر از کاربردهای این عنصر معماری تبدیل پلان مربع به دایره و یا به تعبیری گوشه‌سازی بوده است. این تبدیل همواره از دغدغه‌های اصلی معماران سنتی ایرانی بوده است که راهکارهای متنوعی برای آن یافته‌اند. کاربردی را می‌توان یکی از تکامل یافته‌ترین و زیباترین روش‌های مورد استفاده برای گوشه‌سازی دانست. از کاربردی در زمینه نیم‌کار برای پوشش ایوان‌ها استفاده شده است (شکل ۲). در طراحی کاربردی‌ها، به‌دلیل ساختار هندسی قانونمند آن نمی‌توان هر کاربردی را در هر زمینه‌ای طراحی و اجرا کرد (Pour Ahmadi & Sohrabi, 2019). به‌عبارت دیگر هر کاربردی، دارای زمینه‌های مخصوص خود بوده و طراح باید بداند که برای هر زمینه با تناسبات خاص خود به سراغ کدام شماره از کاربردی‌ها برود.



شکل ۲. نیم‌کار کاربردی مسجد-مدرسه آقا بزرگ خان، کاشان، ایران

مطالعه و بررسی فناوری‌های گذشته در عصر حاضر، با توجه به این نکته که تعداد کمی از استادکاران حرفه‌ای در دسترس باقی مانده‌اند، امری ضروری و حائز اهمیت است (Ainechi et al., 2019a). در این میان، کاربردی گونه‌ای پوششی در معماری ایرانی از سده چهارم خورشیدی به بعد، حاصل نبوغ معماران ایرانی در بهره‌گیری از هندسه و ریاضیات برای طراحی و پوشش بناها بوده است. کاربردی، ریشه‌ای کاملاً ایرانی دارد و اگر در کشورهای دیگر نیز مشاهده می‌شود باید در جستجوی ریشه آن در ایران بود (Memariyan, 2016). کاربردی یک سیستم فضایی است که برخی از انتقال هندسه ستاره‌وار روی یک سطح منحنی به‌دست می‌آید (Garofalo, 2016). از کاربردی گاه به‌عنوان پوشش اصلی سقف و گاه به‌عنوان سقف دوم، سقف کاذب، برای دو لایه کردن سقف با توجه به اقلیم‌های مختلف



شکل ۱. کاربردی عمارت باغ دولت‌آباد، یزد، ایران

روش بررسی

به بررسی و تحلیل هندسی تمامی کاربردی‌های قابل رسم پرداخته تا در نهایت ضمن دسته‌بندی جامعی از مفاهیم مشترک تکرارشونده هندسی زمینه‌های مشخص در هر کاربردی، جمله‌ی عمومی مفاهیم مشترک تکرارشونده هندسی برای هر زمینه تعیین گردد. این تحقیق از نظر هدف از نوع تحقیق‌های بنیادی-نظری می‌باشد که با روش تحلیلی-توصیفی پژوهش شده است. پژوهش حاضر با اتکا بر برهان ریاضی و گزاره‌های قاعده‌مند و مبتنی بر علم هندسه و احکام بدیهی صورت گرفته است تا به نتایجی دقیق و صحیح دست یابد. لذا روش تحلیل به کار رفته در آن روش توصیفی و استدلال منطقی است که اطلاعات لازم

سوال اصلی که ضمن مرور منابع هنوز پاسخ مناسبی بدان ارائه نشده آنست که مفاهیم مشترک تکرارشونده هندسی شماره‌های مختلف کاربردی بر حسب زمینه‌های مربع، مستطیل، مثلث متساوی‌الاضلاع و n ضلعی‌های منتظم چگونه است؟ در این پژوهش هدف ارائه و ترسیم کاربردی با بیانی ساده، منسجم و به دور از مرزبندی‌های سنتی برای درک راحت‌تر مخاطب از هندسه کاربردی است. همچنین، زمینه‌های مستطیل، مربع، مثلث و چندضلعی منتظم در شماره‌های مختلف کاربردی‌ها مورد مطالعه قرار گرفته تا مفاهیم مشترک تکرارشونده هندسی برای هر یک از آن زمینه‌ها استخراج گردد. برای این منظور مقاله حاضر

مقایسه می‌گردد. سپس با نوشتن برنامه‌ی کامپیوتری در نرم‌افزار میپیل، طرح می‌تواند کاربردی قابل استفاده بر روی زمینه‌ی مورد نظر خود را بیابد. در نهایت با مقایسه جواب‌های ایجاد شده توسط نرم‌افزار و فرمول تجربی ذکر شده در کتاب هندسه در معماری مشاهده می‌شود که این فرمول علی‌رغم محدودیت‌هایی که دارد، می‌تواند برای زمینه‌های متعارف پاسخ‌های نسبتاً دقیقی تولید کند (Pour Ahmadi & Sohrabi, 2019). منبع مهم دیگری توسط استاد شعرباف نوشته شده است که کاربردی را به دو دسته‌ی شاقولی و غیرشاقولی دسته‌بندی و برای هر کدام نمونه‌هایی را ترسیم کرده است (Shaarbaaf, 2006). استاد لرزاده در کتاب خود (Lorzade, 2005) بعد از معرفی کلیات ساختاری کاربردی، یک روش ترسیمی برای کاربردی ارائه می‌دهد و چندین نمونه کاربردی را ترسیم می‌کند. در مقاله (Reyhani Hamedani et al., 2018) به فرمول‌نویسی و نامگذاری انواع کاربردی‌ها بر اساس چهار فاکتور n (اضلاع کاربردی)، d (فواصل اتصال)، θ (شاقولی یا ناشاقولی بودن) و فاکتور زمینه پرداخته شده است. رئیسی و همکاران سه ابهام در نامگذاری، تشخیص هندسه و تشخیص نقش ساختمانی کاربردی را شناسایی و تحلیل و سپس راه‌حلی برای ابهام زدایی هر کدام مطرح می‌کنند. بر این اساس، سه معیار در هندسه نظری، هندسه عملی و نقش ساختمانی برای تشخیص کاربردی‌ها بیان می‌شود و در نهایت بر اساس سه معیار مذکور، کاربردی‌ها به هشت گونه تقسیم می‌شوند (Raеisi et al., 2013). در مقاله دیگری (Ainechi et al., 2019b) به مقایسه‌ی بین روش ترسیم کاربردی‌ها توسط استاد پیرنیا، بزرگمهری، شعرباف و لرزاده پرداخته شده و مزایا و معایب هر یک دسته‌بندی شده است. مقاله‌ی (Amjad & Mohammadi et al., 2020) به بررسی و تحلیل خصوصیات هندسی گونه‌های مختلف کاربردی‌ها می‌پردازد و کاربردی‌ها را به دو دسته‌ی کلی شاقولی و غیرشاقولی تقسیم نموده و زیرشاخه‌های هر یک را مشخص می‌سازد. در نهایت یک دسته‌بندی دقیق از انواع کاربردی‌ها ارائه نموده و کاربردی شاقولی را به سه دسته اصلی کاربردی رسمی، کاربردی اختری

در مورد کاربردی به صورت مطالعات کتابخانه‌ای، بررسی مقالات داخلی و خارجی، مشاهدات میدانی و مدلسازی‌های رایانه‌ای گردآوری شده است. با توجه به لزوم استفاده از فناوری‌های رایانه‌ای برای مدلسازی انواع کاربردی‌ها، از راهبرد شبیه‌سازی و مدلسازی استفاده شده است. بنابراین پژوهش حاضر از نوع ترکیبی بوده که نگارندگان با مطالعه و بررسی انواع کاربردی‌ها درصدد رسیدن به نتایج ترکیبی می‌باشند.

پیشینه‌ی پژوهش

در بررسی کاربردی تا کنون منابع مختلفی به چاپ رسیده است. هر یک از این منابع از جنبه‌ای خاص به بررسی کاربردی پرداخته‌اند. اولین دسته از منابعی که به موضوع کاربردی می‌پردازند، منابعی است که توسط معماران سنتی تألیف گردیده‌اند. از مهمترین آنان می‌توان به کتاب هندسه در معماری، برگرفته از آموزه‌های استاد پیرنیا که با تلاش زهره بزرگمهری در سال ۱۳۸۵ تألیف شده است، اشاره نمود. طبق این کتاب، کاربردی تشکیل یافته از باریکه تاق‌هایی با قوس معین است که از تقاطعشان استخوان‌بندی پوشش برای سقف ایجاد می‌شود (Pirniya & Bozorgmehri, 2006). همچنین در این کتاب در مورد تاریخچه، کاربرد، گونه شناسی و نحوه‌ی ترسیم انواع کاربردی‌ها و کاربردی‌ها با زمینه نیم‌کار بحث شده و فرمول تجربی $2(a+b-2)$ برای یافتن کاربردی مناسب در زمینه‌های مستطیلی معرفی شده است (a طول و b عرض مستطیل می‌باشد). این فرمول دارای نواقصی است که در مقاله (Mohammadiyanmansour & Faramarzi, 2012) به مشکلات و تناقضات آن پرداخته شده و فرمولی کارآمدتر برای یافتن شماره‌ی کاربردی مناسب برای زمینه‌های مستطیلی ارائه شده است. همچنین در این مقاله به گونه‌شناسی کاربردی‌ها پرداخته شده و کاربردی‌ها به دو دسته‌ی کلی ساده و غیر ساده با زیرشاخه‌های مربوطه تقسیم‌بندی شده‌اند. در مقاله‌ی دیگری (Pour Ahmadi & Sohrabi, 2019) نیز به نقد فرمول معرفی شده توسط خانم بزرگمهری در کتاب هندسه در معماری پرداخته می‌شود و روش طراحی و ترسیم کاربردی توسط استاد پیرنیا، استاد شعرباف و استاد لرزاده در یک زمینه‌ی مستطیلی

آیین‌چی و همکاران اشاره نمود (Ainechi et al., 2019). همچنین در زمینه‌ی هندسه و دنباله‌های تکرارشونده در کاربردی پژوهش خاصی مطرح نشده که در مقاله حاضر بدان پرداخته شده است.

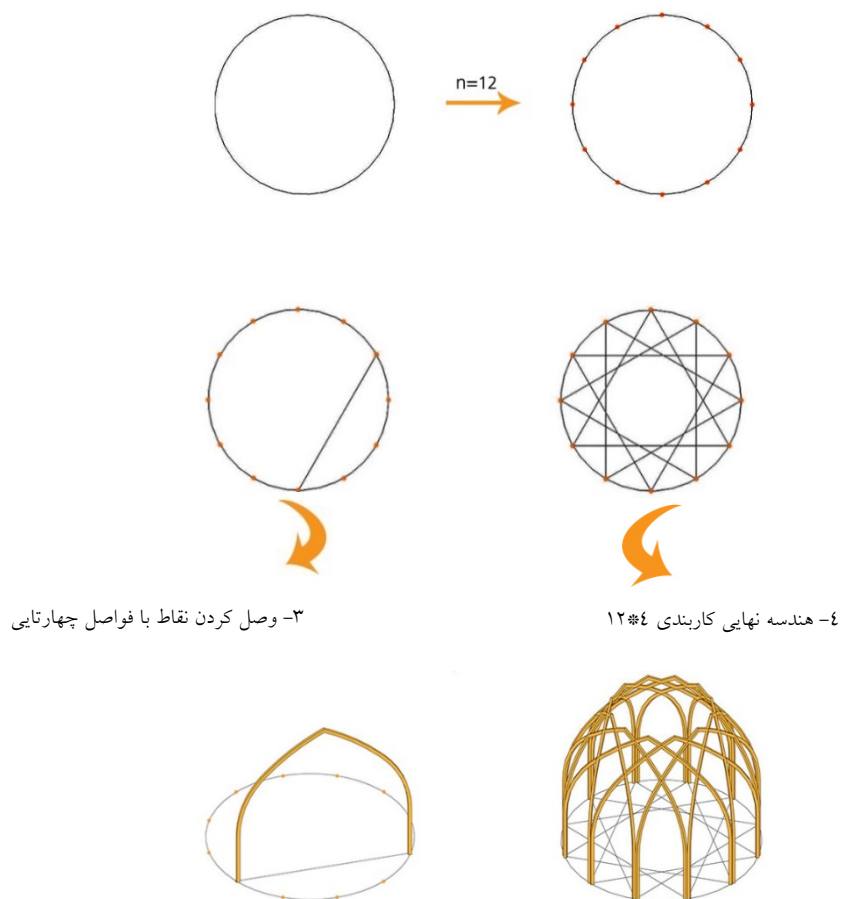
یافته‌های تحقیق

کاربردی تکنیکی سنتی در معماری ایرانی-اسلامی است از دوران قوس معینی حول مرکز دایره با شعاع مشخص به دست می‌آید. کاربردی‌ها بر اساس تعداد تقسیمات روی دایره (n) و نحو اتصال نقاط تقسیم روی دایره به یکدیگر (m)، به انواع مختلفی تقسیم می‌شوند. به‌عنوان مثال کاربردی $۴*۱۲$ یعنی دایره با شعاع معلوم به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم شده ($n=۱۲$) و نقاط روی دایره با فواصل چهارتایی بهم وصل شده ($m=۴$) و وترها را ایجاد کرده‌اند (جدول ۱). اگر به جای هر کدام از وترها در هندسه پلانی کاربردی یک قوس جایگزین کنیم، هندسه سه‌بعدی کاربردی تشکیل خواهد شد.

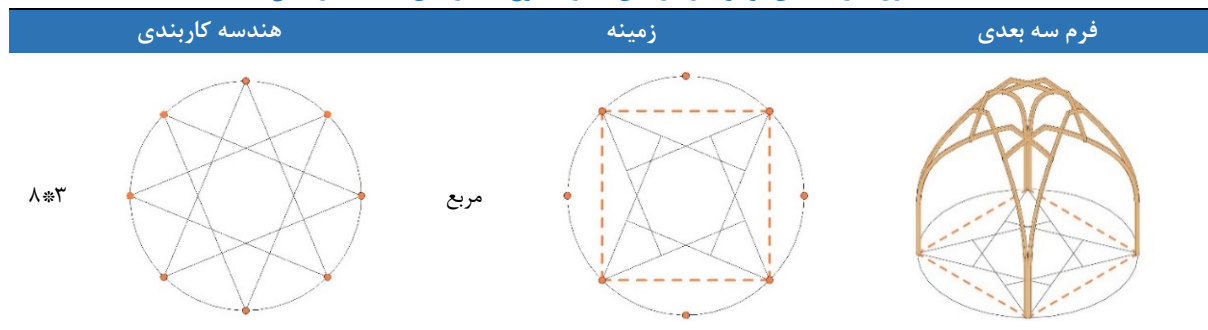
در معماری سنتی ایران هر پلانی که بتوان داخل هندسه کاربردی کشید را زمینه می‌نامیم. زمینه‌ها به دو دسته منتظم (مربع، مثلث متساوی‌الاضلاع و چندضلعی‌های منتظم) و نامنتظم (مثلث متساوی‌الساقین، مستطیل، دوزنقه متساوی‌الساقین، هشت، هشت و نیم، نگینی، کشکولی و ...) تقسیم می‌شوند. به‌عنوان مثال در کاربردی شماره ۸ نوع ۳ ($۳*۸$)، پنج زمینه قابل‌رسم است (جدول ۲). توجه کنید که رئوس زمینه‌های کشیده‌شده حتماً باید روی یکی از نقاط تقسیم در دایره محاطی کاربردی مربوطه باشد.

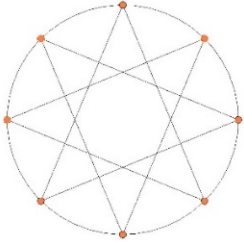
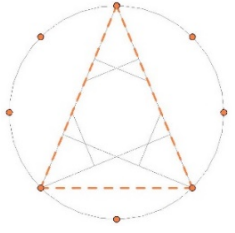
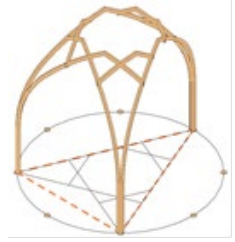
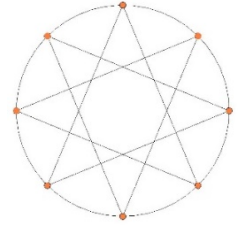
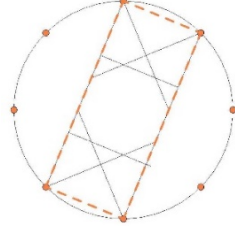
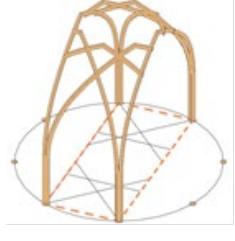
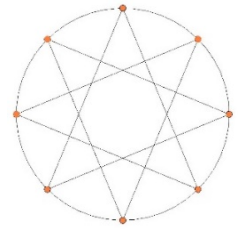
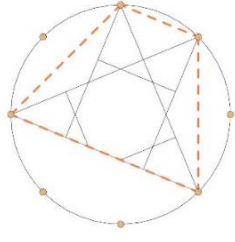
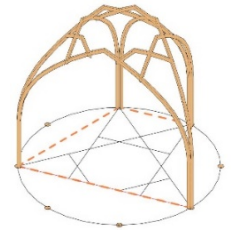
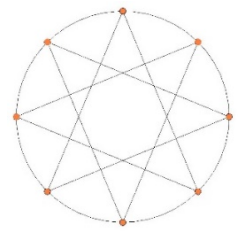
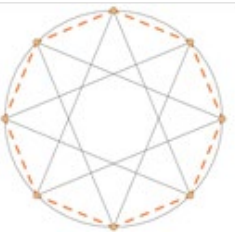
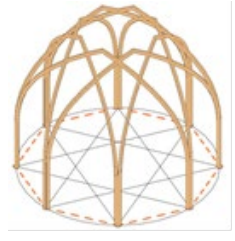
و کاربردی مرکب دسته‌بندی می‌کند. در مقاله‌ی نوشته شده توسط (Pour Ahmadi, 2014) پس از بررسی نامگذاری سنتی انواع کاربردی‌ها، یک روش جدید برای نامگذاری کاربردی‌ها بر اساس ویژگی‌های هندسی آن‌ها ارائه می‌گردد. همچنین اشاره‌ای به زمینه‌های موجود در برخی کاربردی‌ها و تناسبات آن‌ها می‌شود. در مقاله (Amjad Mohammadi et al., 2018) پس از معرفی انواع کاربردی‌ها و زمینه‌های رایج در آن‌ها، به معرفی روشی برای ایجاد کاربردی در زمینه‌های نامنتظم می‌پردازد. همچنین در مقاله‌ی دیگری از (Amjad Mohammadi et al., 2019) به بررسی هندسه‌ی کاربردی و ویژگی‌های آن می‌پردازد. نشان داده شد فواصل اتصال در هندسه‌ی کاربردی یک فاکتور مهم در ایجاد کاربردی‌های متنوع بوده و ارتفاع کاربردی با اندازه شمسه رابطه‌ی معکوس دارد. در مقاله (Saremi Naeeni et al., 2017) به بررسی تاریخچه کاربردی و سیر تکاملی آن پرداخته می‌شود و دیدگاه صاحب‌نظران در مورد کاربردی مورد بررسی قرار می‌گیرد و پاسخ داده می‌شود که آیا کاربردی عملکرد سازهای دارد یا عنصری تزئینی است. در برخی مقالات کاربردی از لحاظ سازهای و نحوه‌ی اجرا مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است؛ به‌عنوان مثال تیمچه‌های بازار سنتی تبریز از لحاظ فرمی و عملکرد سازهای در مقالات (Chenaghlou, Nejad Ebrahimi, & Amjad Mohammadi, 2017) و (Leyliyan, 2011) مورد بررسی قرار گرفته‌اند. همچنین در مقاله (Ainechi et al., 2019a) تکنیک‌های سنتی نحوه‌ی ساخت، اجرای کاربردی و روش‌های اجرایی آن در شهرهای تبریز و اصفهان مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است. در مقاله‌ی (Petralla, 2016) در مورد ساختار تاق‌های بنایی در کاربردی‌های موجود در شهر تبریز و سازه ایوان غربی مسجد جامع شهر اصفهان بحث شده است. در بررسی پژوهش‌های گوناگون بر اساس اثر تحلیل ساختار هندسی کاربردی بر فناوری ساخت و مرمت آن‌ها مطالب چندانی ارائه نگردیده که از جمله کارهای محدود در این زمینه می‌توان به پژوهش

جدول ۱. بررسی روند ترسیم و مدل‌سازی هندسه کاربردی شماره ۱۲ نوع ۴ (۱۲*۴) (نگارندگان)



جدول ۲. زمینه‌های موجود در کاربردی شماره ۸ نوع ۳ (کاربردی ۸*۳) (نگارندگان)



هندسه کاربردی	زمینه	فرم سه بعدی
 <p>۸*۳</p>	 <p>مثلث</p>	
 <p>۸*۳</p>	 <p>مستطیل</p>	
 <p>۸*۳</p>	 <p>دوزنقه</p>	
 <p>۸*۳</p>	 <p>هشت ضلعی</p>	

در کاربردی با زمینه نیم کار (نیم کاربردی) که در معماری سنتی ایران برای پوشش ایوانها کاربرد داشته است، به دلیل نصف شدن هندسه کاربردی، زمینه انتخابی به ناچار از داخل شمسه عبور می کند. مقاله حاضر بر کاربردی های کامل متمرکز بوده و به مبحث نیم کاربردی و جزئیات آن پرداخته نشده است.

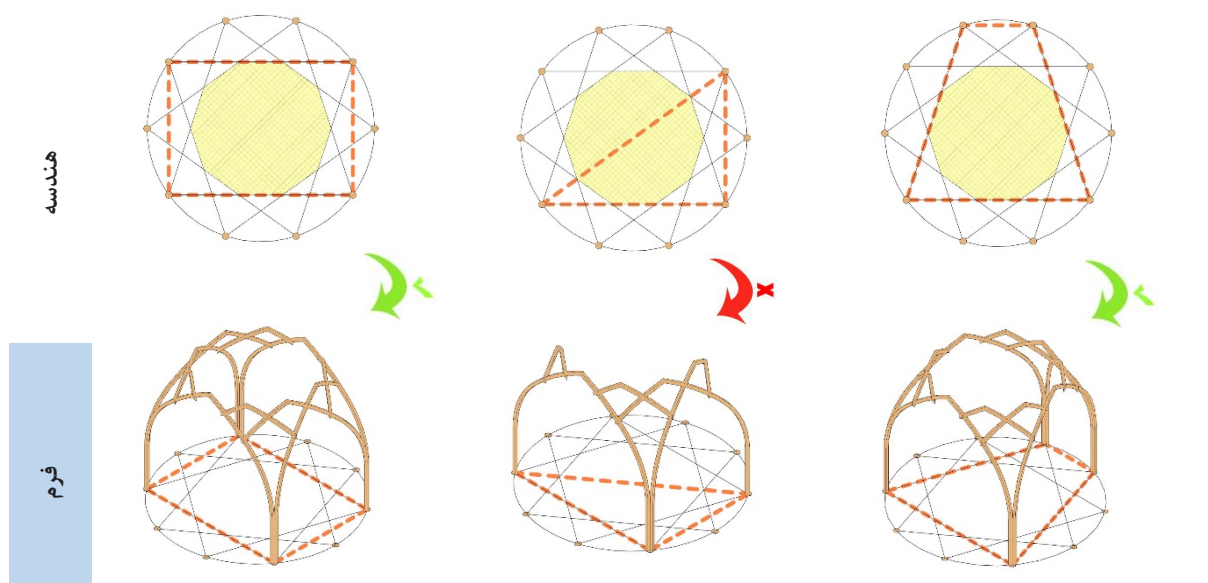
با مطالعه و بررسی منابع مختلف (Memariyan, 2016; Pirniya & Bozorgmehri, 2006; Saremi Naeni et al.,

نقطه حائز اهمیت در ترسیم زمینه، آنست که بایستی شمسه، داخل یا مماس بر زمینه باشد. در کاربردی های مختلف آن دسته از زمینه هایی قابل قبول هستند که شمسه به طور کامل در داخل زمینه قرار بگیرد. در غیر این صورت اگر قسمتی از شمسه بیرون از زمینه باشد، فرم نهایی کاربردی ناقص خواهد بود. در جدول ۳، نمونه هایی از زمینه های قابل قبول یا مردود در کاربردی شماره ۱۰ نوع ۳ نشان داده شده است. ذکر این مطلب حائز اهمیت است که

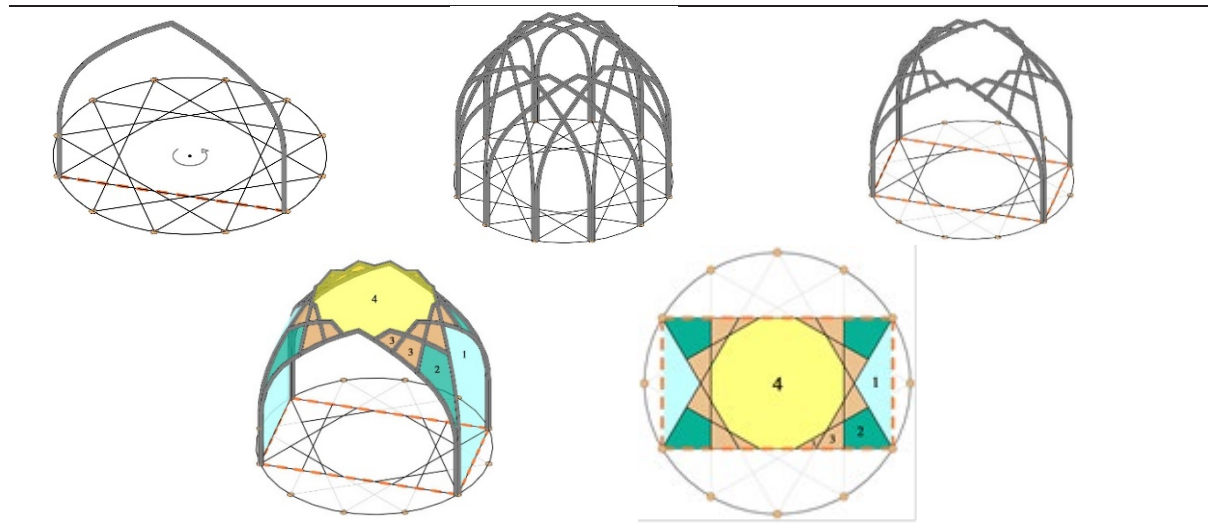
مراحل تشکیل کاربردی ۴*۱۲ در زمینه‌ای مستطیلی به‌همراه اجزای آن را نشان می‌دهد.

می‌توان گفت (2017; Amjad Mohammadi et al., 2019) هر کاربردی تحت دوران قوسی معین، از اجزای شمسه، پاباریک، ترنجی و سوسنی تشکیل یافته است. جدول ۴

جدول ۳. زمینه ترسیمی با شمسه‌های مماس یا محاط داخل در زمینه؛ نمونه موردی: کاربردی ۳*۱۰ (نگارندگان)



جدول ۴. اجزای کاربردی: ۱- سوسنی؛ ۲- پاباریک؛ ۳- ترنجی؛ ۴- شمسه (نگارندگان)



زمینه‌های منطبق و غیرمنطبق

زمینه‌ای در داخل کاربردی که حداقل یکی از اضلاع آن با یکی از اضلاع شمسه مماس باشد را زمینه منطبق می‌نامیم. در اضلاعی از زمینه که مماس با شمسه است، عضو سوسنی حذف می‌گردد و برعکس در اضلاعی از زمینه که مماس با شمسه نیست، عضو سوسنی ایجاد خواهد شد. در زمینه منطبق، شمسه

در بزرگ‌ترین حالت خود می‌باشد. زمینه‌ای در داخل یک کاربردی که شمسه کاملاً داخل زمینه قرار گرفته باشد را زمینه غیرمنطبق می‌نامیم. در این نوع از زمینه‌ها در بخش‌هایی که شمسه با زمینه مماس نیست، عضو سوسنی دیده می‌شود. در جداول ۵ و ۶ نمونه‌هایی از زمینه‌های منطبق و غیرمنطبق نشان داده شده است.

جدول ۵. نمونه‌هایی از زمینه‌های منطبق (نگارندگان)

	شمسه با هر چهار ضلع زمینه مماس	شمسه با دو ضلع زمینه مماس	شمسه با یک ضلع زمینه مماس
هندسه			
فرم			

جدول ۶. نمونه‌هایی از زمینه‌های غیرمنطبق (نگارندگان)

هندسه			
فرم			

آن یعنی $۹*۵$ همان هندسه کاربردی $۹*۴$ را دارند چون $۹=۴+۵$. سایر کاربردی‌های دوبه‌دو مشابه از کاربردی شماره ۹ عبارتند از: $۹*۸=۹*۱$ ، $۹*۷=۹*۲$ ، $۹*۶=۹*۳$ و $۹*۵=۹*۴$.

جدول ۷. رابطه پیشنهادی برای آخرین نوع m از کاربردی شماره‌های زوج یا فرد n (نگارندگان)

شماره	فرمول
کاربردی‌های فرد	$n * (\frac{n}{2} - 0.5)$
کاربردی‌های زوج	$n * (\frac{n}{2} - 1)$

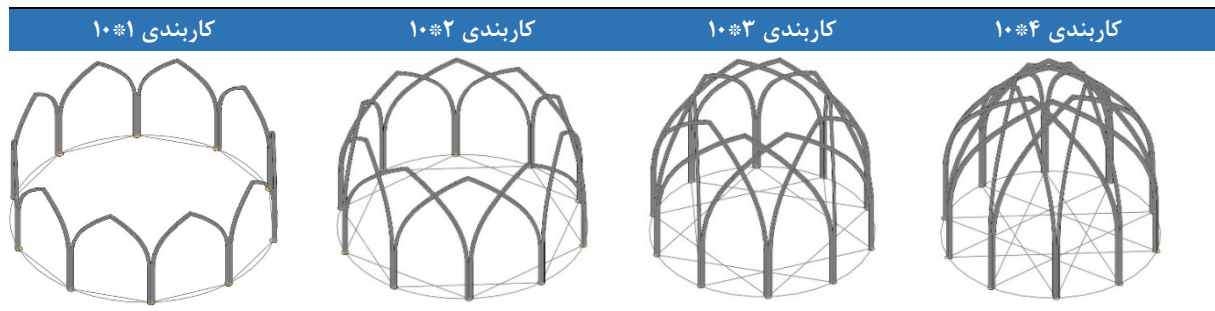
طبق فرمول ارائه‌شده برای کاربردی زوج در جدول ۷، به‌عنوان مثال در کاربردی شماره ۱۰، تا کاربردی $۱۰*۴$ می‌توان فرمیابی و ترسیم نمود و این شماره از کاربردی ۴ نوع منحصر به فرد خواهد داشت. برای هر کاربردی شماره زوج اگر نوع $n/2 * n$ را رسم کنیم، حالت تاق ترکیب به دست می‌آید. در این حالت شمسه وسط حذف شده و دیگر فرم کاربردی نخواهیم داشت. در کاربردی شماره ۹، طبق فرمول ارائه شده برای کاربردی فرد در جدول ۷، تا کاربردی $۹*۴$ می‌توان ترسیم نمود. در جداول ۸ و ۹، انواع کاربردی شماره‌های ۱۰ و ۹ نشان داده شده‌اند.

جدول ۸. انواع کاربردی شماره ۱۰ (نگارندگان)

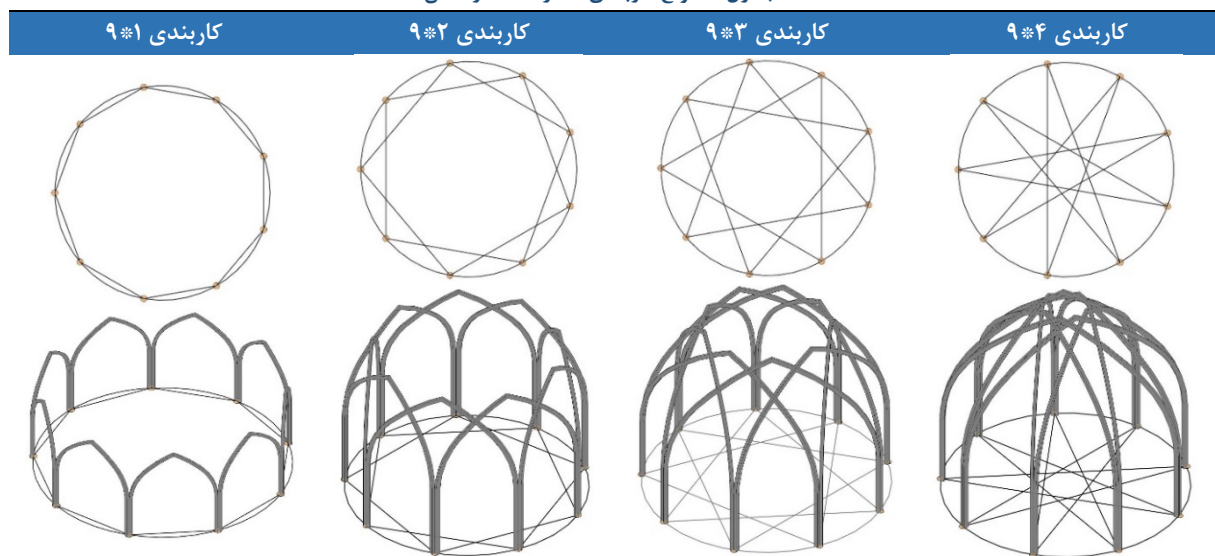
کاربردی $۱۰*۱$	کاربردی $۱۰*۲$	کاربردی $۱۰*۳$	کاربردی $۱۰*۴$

مشخصات هندسی و قواعد نامگذاری کاربردی

در نامگذاری کاربردی به صورت $n * m$ ، n تعداد تقسیمات روی دایره محاطی بیانگر شماره کاربردی و m فواصل اتصال نقاط بهم نشان دهنده نوع کاربردی است. به‌عنوان مثال در کاربردی $۱۴*۴$ ، که می‌خوانیم کاربردی شماره ۱۴ نوع ۴، دایره به چهارده قسمت مساوی تقسیم شده و نقاط با فواصل چهارتایی به هم وصل شده تا هندسه پلانی کاربردی مربوطه را شکل دهند. از تعداد اضلاع شمسه ایجاد شده در وسط هندسه کاربردی، می‌توان تشخیص داد که دایره محاطی به چند قسمت مساوی تقسیم شده است. هنگامی که دایره‌ای را به n قسمت مساوی تقسیم کنیم و نقاط ایجاد شده روی دایره را با فواصل یک‌به‌یک بهم وصل کنیم، داخل دایره n ضلعی منظم پدید می‌آید. برای مثال، کاربردی $۶*۱$ نشان دهنده یک شش‌ضلعی منظم است. سؤالی که مطرح می‌گردد آنست که در یک شماره دلخواه از کاربردی چند نوع متفاوت فرم یکتا و منحصر به فرد می‌توان تولید و ترسیم نمود. بر اساس زوج یا فرد بودن شماره کاربردی، بیش‌ترین مقدار m طبق جدول ۷ ادامه خواهد یافت. با عبور از این مقدار بیشینه، برای m کاربردی نوع جدیدی ایجاد نخواهد شد و هندسه کاربردی از یک نوع به بعد تکرار می‌شود. به‌عنوان مثال در کاربردی شماره ۹، تا کاربردی نوع ۴ یعنی کاربردی $۹*۴$ حالت‌های جدید ایجاد می‌شود و کاربردی بعد



جدول ۹. انواع کاربندی شماره ۹ (نگارندگان)



قواعد حاکم بر زمینه‌های مختلف در کاربندی

در این قسمت از مقاله، قواعد هندسی حاکم بر زمینه‌های مختلف که کاربندی را بتوان در آن زمینه‌ها ترسیم و اجرا نمود بررسی شده است. زمینه‌ها به دو دسته کلی زمینه منتظم و غیرمنتظم تقسیم‌بندی شده و در هر یک از این زمینه‌ها با استفاده از استقرای ریاضی، جمله عمومی از کاربندی‌های محتمل و یکتا معرفی شده است.

کاربندی‌ها با زمینه مثلث متساوی‌الاضلاع

با بررسی کاربندی‌ها، برای زمینه مثلث متساوی‌الاضلاع می‌توان مشاهده نمود که تمامی کاربندی‌هایی که شماره آن‌ها مضربی از سه باشد، همچون کاربندی‌های شماره ۶، ۹، ۱۲، ۱۸ و ... دارای زمینه مثلث متساوی‌الاضلاع هستند.

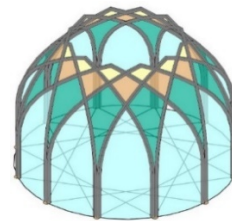
از جمله نکات هندسی که در ارتباط با کاربندی $n*m$ می‌توان بیان نمود، ارتباط بین تقسیمات داخلی هندسه کاربندی و حاصلضرب شماره n و نوع کاربندی m است. با ضرب n در m تعداد تقسیمات داخلی هندسه کاربندی $n*m$ بدون احتساب شمس به دست می‌آید. به عنوان مثال در کاربندی $۱۲*۴$ ، حاصل ضرب $۱۲*۴=۴۸$ نشان‌دهنده تعداد تقسیمات داخلی کاربندی مربوطه بدون احتساب شمس می‌باشد. به عبارت دیگر، در کاربندی $۱۲*۴$ ، چهار ردیف دوازده تایی با اشکال یکسان در هر ردیف وجود داشته که به دور شمس کاربندی مربوطه چیده شده‌اند. در جدول ۱۰، ۴ ردیف مستقل با رنگ‌های مختلف شامل ۱۲ شکل یکسان در هر ردیف در کاربندی $۱۲*۴$ نشان داده شده است.

پیروی می‌کنند. جمله عمومی مربوط به سایر ستون‌ها در پایین آن ذکر شده و با توجه به آن جمله عمومی می‌توان جدول مذکور را گسترش داد. در هر ستون، با حرکت از بالا به پایین، تعداد تقسیمات در هندسه کاربردی، ترنج‌ها، افزایش و مساحت شمشه کاهش می‌یابد. به‌عنوان مثال، مساحت شمشه در کاربردی 8×24 کمتر از مساحت شمشه در کاربردی 7×21 در شرایط یکسان است. همچنین، در هر ردیف با حرکت از چپ به راست، تقسیمات در هندسه کاربردی افزایش، مساحت شمشه کاهش و ارتفاع کاربردی افزایش می‌یابد. بایستی توجه داشت که شدت کاهش مساحت شمشه در حرکت عمودی، ستونی، نسبت به حرکت افقی، ردیفی، کم‌تر است.

برای پاسخ به این سؤال که کدام نوع از یک شماره کاربردی با مضرب ۳، دارای زمینه مثلث متساوی‌الاضلاع منطبق می‌باشند؛ کفایت شماره کاربردی n بر عدد ۳ تقسیم شده تا نوع کاربردی m تعیین گردد. برای مثال در کاربردی شماره ۱۲، حاصل تقسیم $12 \div 3 = 4$ نوع کاربردی را مشخص ساخته و در نتیجه در کاربردی 4×12 حتماً زمینه مثلث متساوی‌الاضلاع منطبق وجود خواهد داشت. در جدول ۱۱، انواع کاربردی‌هایی که زمینه مثلث متساوی‌الاضلاع دارند ارائه شده است. در این جدول، ستون اول دارای زمینه منطبق و ستون‌های بعدی دارای زمینه غیرمنطبق هستند. با نگاهی بر این جدول می‌توان بیان نمود که تمامی کاربردی‌ها در ستون اول که دارای زمینه مثلث متساوی‌الاضلاع منطبق بوده از جمله عمومی $a_n = 3n \cdot n, n \in \mathbb{N}$

جدول ۱۰. چهار ردیف مستقل در اطراف شمشه در هندسه پلانی و فرم سه‌بعدی کاربردی 4×12 (نگارندگان)

کاربردی 4×12 یعنی چهار ردیف ۱۲ تایی دور شمشه



جدول ۱۱. کاربردی‌ها با زمینه مثلث متساوی‌الاضلاع و جمله عمومی متناظر (نگارندگان)

ستون اول	ستون دوم	ستون سوم	ستون چهارم	ستون پنجم	ستون ششم
3×1					
6×2					
9×3	9×4				
12×4	12×5				
15×5	15×6	16×7			
18×6	18×7	18×8			
21×7	21×8	21×9	21×10		
24×8	24×9	24×10	24×11		
27×9	27×10	27×11	27×12	27×13	
30×10	30×11	30×12	30×13	30×14	
33×11	33×12	33×13	33×14	33×15	33×16
36×12	36×13	36×14	36×15	36×16	36×17
$3n \times n$	$3n \times (n+1)$	$3n \times (n+2)$	$3n \times (n+3)$	$3n \times (n+4)$	$3n \times (n+5)$

کاربندی‌ها با زمینه مربع

زمینه مربع از جمله رایج‌ترین زمینه‌ها در معماری سنتی ایران بوده است. با بررسی کاربردی‌ها، برای زمینه مربع می‌توان مشاهده نمود که تمامی کاربردی‌هایی که شماره آن‌ها مضربی از ۴ باشد، همچون کاربردی‌های شماره ۴، ۸، ۱۲، ۱۶ و ... دارای زمینه مربع هستند. برای پاسخ به این سؤال که کدام نوع از یک شماره کاربردی با مضرب ۴، دارای زمینه مربع منطبق می‌باشند؛ کفایت شماره کاربردی n بر عدد ۴ تقسیم شده تا نوع کاربردی m تعیین گردد. به‌عنوان مثال در کاربردی $۱۲*۳$ حتماً زمینه مربع منطبق وجود خواهد داشت و شمسه در بزرگ‌ترین اندازه خود می‌باشد. در نوع‌های بعدی آن یعنی کاربردی $۱۲*۴$ و $۱۲*۵$ نیز زمینه مربع ایجاد می‌شود با این تفاوت که دیگر زمینه منطبق نیست و تبدیل به زمینه غیرمنطبق شده است؛ یعنی شمسه در وسط زمینه قرار گرفته و در طرفین عضو سوسنی ایجاد شده است. در جدول ۱۲، انواع

کاربندی‌هایی که زمینه مربع دارند ارائه شده است. در این جدول، ستون اول دارای زمینه منطبق و ستون‌های بعدی دارای زمینه غیرمنطبق هستند. با نگاهی بر این جدول می‌توان بیان نمود که تمامی کاربردی‌ها در ستون اول که دارای زمینه مربع منطبق بوده از جمله عمومی $a_n = 4n * n, n \in \mathbb{N}$ پیروی می‌کنند. جمله عمومی مربوط به سایر ستون‌ها در پایین آن ذکر شده و با توجه به آن جمله عمومی می‌توان جدول مذکور را گسترش داد. در هر ستون، با حرکت از بالا به پایین، تعداد تقسیمات در هندسه کاربردی، تریج‌ها، افزایش و مساحت شمسه کاهش می‌یابد. به‌عنوان مثال، مساحت شمسه در کاربردی $۲۰*۵$ کم‌تر از مساحت شمسه در کاربردی $۱۶*۴$ در شرایط یکسان است. همچنین، در هر ردیف با حرکت از چپ به راست، تقسیمات در هندسه کاربردی افزایش، مساحت شمسه کاهش و ارتفاع کاربردی افزایش می‌یابد. بایستی توجه داشت که شدت کاهش مساحت شمسه در حرکت عمودی، ستونی، نسبت به حرکت افقی، ردیفی، کم‌تر است.

جدول ۱۲. کاربردی‌ها با زمینه مربع و جمله عمومی متناظر (نگارندگان)

ستون ششم	ستون پنجم	ستون چهارم	ستون سوم	ستون دوم	ستون اول
					$۴*۱$
				$۸*۳$	$۸*۲$
		$۱۲*۵$		$۱۲*۴$	$۱۲*۳$
			$۱۶*۶$	$۱۶*۵$	$۱۶*۴$
	$۲۰*۹$	$۲۰*۸$	$۲۰*۷$	$۲۰*۶$	$۲۰*۵$
$۲۴*۱۱$	$۲۴*۱۰$	$۲۴*۹$	$۲۴*۸$	$۲۴*۷$	$۲۴*۶$
$4n*(n+5)$	$4n*(n+4)$	$4n*(n+3)$	$4n*(n+2)$	$4n*(n+1)$	$4n*n$

کاربندی‌ها با زمینه k ضلعی منتظم

با بررسی کاربردی‌های مثلث و مربع بخش‌های قبلی و با استفاده از استقرای ریاضی، می‌توان مشاهده نمود که برای هر زمینه k ضلعی منتظم منطبق، جمله عمومی $a_n = kn * n, k, n \in \mathbb{N}$ مفاهیم مشترک تکرارشونده هندسی آن را مشخص می‌کند. به‌عنوان مثال برای زمینه هفت ضلعی منتظم منطبق می‌توان جمله عمومی $a_n = 7n * n, n \in \mathbb{N}$ را پیشنهاد داد و جدول مربوط به آن را مطابق جدول ۱۳ تشکیل داد. آنچه از این جدول نیز مشخص

است، ستون اول کاربردی‌ها با زمینه منطبق و ستون‌های بعدی کاربردی‌ها با زمینه غیرمنطبق را نشان می‌دهند. لازم به ذکر است که در تمامی جداول مرتبط با کاربردی‌های k ضلعی منتظم نیز، با حرکت از بالا به پایین در ستون‌ها و یا حرکت از چپ به راست در ردیف‌ها، تقسیمات در هندسه کاربردی افزایش، مساحت شمسه کاهش و ارتفاع کاربردی افزایش می‌یابد. همچنین کاهش مساحت شمسه در حرکت عمودی، ستونی، نسبت به حرکت افقی، ردیفی، کم‌تر است.

بحث

و این یعنی رفته‌رفته ارتفاع کاربندی‌ها در شرایط یکسان کاهش پیدا می‌کند. از لحاظ ابعاد شمسه هم، در هر ستون اگر از بالا به پایین بررسی گردد، حرکت عمودی، اندازه شمسه کاهش می‌یابد. در جدول ۱۵، کاربندی‌های موجود ستون اول زمینه مثلث متساوی‌الاضلاع که در جدول ۱۱ مطرح شده با یکدیگر مقایسه شده‌اند. برای مقایسه، شعاع دایره در تمامی کاربندی‌ها ۴ در نظر گرفته شده است.

در زمینه‌های منتظم شامل مثلث متساوی‌الاضلاع، مربع و تمامی n ضلعی‌های منتظم که جملات عمومی و جداول مرتبط آن‌ها در بخش‌های قبلی ارائه شده است، تمامی کاربندی‌های موجود در ستون اول آن جداول، در هندسه پلانی دارای طول وترهای، باریکه طاق، یکسان می‌باشند و این امر باعث می‌شود که ارتفاع کاربندی‌های موجود در این ستون همواره یکسان باشند؛ در حالیکه در ستون‌های بعدی آن جداول، ابعاد وترها از بالا به پایین در حال کاهش است

جدول ۱۵. مقایسه مساحت شمسه و طول وتر کاربندی‌ها در ستون زمینه مثلث متساوی‌الاضلاع منطبق (نگارندگان)

شماره کاربندی	۳*۱	۶*۲	۹*۳	۱۲*۴	۱۵*۵	۱۸*۶	۲۱*۷
طول وتر	۶/۹۳	۶/۹۳	۶/۹۳	۶/۹۳	۶/۹۳	۶/۹۳	۶/۹۳
مساحت شمسه	۲۰/۷	۱۳/۸	۱۳	۱۲/۸۵	۱۲/۷۴	۱۲/۶۹	۱۲/۶۶

زمینه مربع در جدول ۱۶ بررسی شده است. بادقت در جدول ۱۶ می‌توان گفت که هر چقدر در نوع‌های مختلف کاربندی شماره n جلو می‌رویم، طول وتر و در نتیجه ارتفاع کاربندی افزایش خواهد یافت. همچنین تعداد تقسیم‌بندی‌های داخلی در هندسه کاربندی افزایش و مساحت شمسه کاهش پیدا می‌کند.

در جداول مربوط به زمینه‌های مربع، مثلث متساوی‌الاضلاع و k ضلعی منتظم، با حرکت از چپ به راست، حرکت افقی، طول وترها، باریکه طاق، و در نتیجه ارتفاع کاربندی‌ها افزایش و مساحت شمسه‌ها کاهش می‌یابد. شدت کاهش مساحت شمسه در حرکت افقی، بیش‌تر از حرکت عمودی در جداول است. به‌عنوان مثال یک ردیف از جدول

جدول ۱۶. مقایسه مساحت شمسه و طول وتر کاربندی‌ها در ردیف زمینه مربع و تأثیر نوع کاربندی m (نگارندگان)

شماره کاربندی	۲۰*۵	۲۰*۶	۲۰*۷	۲۰*۸	۲۰*۹
طول وتر	۵/۶۵	۶/۴۷	۷/۱۲	۷/۶۰	۷/۹۰
مساحت شمسه	۲۵/۳	۱۷/۵	۱۰/۵	۴/۸	۱/۲۳

به‌عنوان مثال، در جدول ۱۷، شماره‌های مختلف کاربندی برای نوع $m=4, 4$ ، مقایسه شده است.

در مقایسه با تأثیر نوع کاربندی m در یک شماره خاص کاربندی n بر مشخصات شمسه و ارتفاع کاربندی، شماره کاربندی n برای یک نوع خاص m اثرات معکوسی را خواهد داشت. با بررسی یک نوع خاص در شماره‌های مختلف کاربندی، می‌توان مشاهده نمود که طول وترها و در نتیجه، ارتفاع کاربندی کاهش و مساحت شمسه افزایش می‌یابد.

جدول ۱۷. مقایسه مساحت شمشه و طول وتر کاربردی‌ها و تأثیر شماره کاربردی n (نگارندگان)

شماره کاربردی	۹*۴	۱۰*۴	۱۱*۴	۱۲*۴	۱۳*۴	۱۴*۴
طول وتر	۷/۹	۷/۶	۷/۲	۶/۹۲	۶/۵	۶/۲۵
مساحت شمشه	۱/۶	۴/۹	۸/۹	۱۲/۸	۱۶/۵	۱۹/۸

نتیجه‌گیری

داخلی در هندسه کاربردی افزایش و مساحت شمشه کاهش می‌یابد. در عوض، برای یک نوع خاص m، با افزایش شماره، n طول وترها و در نتیجه ارتفاع کاربردی کاهش و مساحت شمشه افزایش می‌یابد.

سپاسگزاری

این مقاله، مستخرج از پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد آقای میرعلی آیدینی با عنوان "تحلیل، طراحی پارامتریک و بهینه‌سازی کاربردی به روش گرافیک استاتیک" می‌باشد که با راهنمایی دکتر یاسر شهبازی و دکتر فرهاد آخوندی در دانشگاه هنر اسلامی تبریز صورت گرفته است.

منابع مالی

منابع مالی این پژوهش از طریق مشارکت نویسندگان تأمین شده است.

تعارض منافع

تعارض منافی بین نویسندگان وجود ندارد.

کاربردی، تکنیکی است سنتی در معماری ایرانی-اسلامی برای پوشش انواع سقف‌ها و گوشه‌سازی‌ها با هندسه‌ای ستاره‌وار که انواع آن، از دوران قوس معینی حول مرکز دایره با شعاعی مشخص به دست می‌آید. در این مقاله، روش ساده‌ای برای ترسیم و مدل‌سازی انواع کاربردی به کمک نرم‌افزارهای کامپیوتری بیان شده است. سپس، دو دسته کلی زمینه‌های منطبق و غیرمنطبق موجود در کاربردی‌ها بررسی شد. با درک این موضوع، زمینه‌های مربع، مستطیل، مثلث متساوی‌الاضلاع و چندضلعی‌های منتظم موجود در کاربردی‌ها مورد بررسی و کنکاش قرار گرفت. در ادامه، مفاهیم مشترک تکرارشونده و جمله عمومی تکرار برای هر زمینه منطبق و غیرمنطبق مشخص گردید تا کاربر بتواند شماره، n، و نوع، m، کاربردی موردنظر را برای طراحی در زمینه مدنظر تعیین نماید. در ادامه، رابطه بین طول وتر در هندسه پلانی کاربردی، ارتفاع کاربردی و مساحت شمشه ارزیابی شد. نتایج ارزیابی حاکی از آنست که برای یک شماره ثابت n، هرچه قدر در نوع آن کاربردی، m، پیش می‌رویم، طول وتر، دهانه قوس، ارتفاع کاربردی و تعداد تقسیم‌بندی‌های

References

- Ainechi, Sh., Valibeig, N., & Tehrani F. (2019a). Karbandies Traditional Construction Technique in Tabriz and Esfahan. *International Journal of Architectural Heritage*, 14(1), 1-18.
- Ainechi, Sh., Valibeig, N., & Tehrani, F. (2019b). Comparison of geometry and method of drawing the Karbandi, Study. *Soffeh*, 29(84), 73-91. [in Persian]
- Amjad Mohammadi, A., Nejad Ebrahimi, A., & Shahbazi, Y. (2020). The Geometry of Karbandi in Persian Architecture; Response to the Challenges of "Rasmi" and "Akhtari" Karbandi. *Journal of Reasearch in Islamic Architecture*, 8(26), 4-28. [in Persian]
- Amjad Mohammadi, A., Nejad Ebrahimi, A., & Shahbazi Y. (2019). Geometric design of a masonry

- lattice space dome titled KARBANDI in Persian architecture. *International Journal of Space Structures*, 34(2), 22-39.
- Amjad Mohammadi, A., Asefi, M., & Nejad Ebrahimi A. (2018). The Geometrical regularization for Covering Irregular Bases with Karbandi. *Nexus Network Journal*, 20(2), 331-352.
- Chenaghlou, M. R., Nejad Ebrahimi, A., Shahbazi, Y., Kheirollahi, M., & Amjad Mohammadi, A. (2017). Structural Morphology of a Masonry Space Dome in Historical Tabriz Bazaar Complex. *Proceedings of the IASS Annual Symposium 2017 "Interfaces: architecture. Engineering. Science"* September 25-28th, 2017, Hamburg, Germany.
- Garofalo, V. (2016). The Geometry of a Domed Architecture: A Stately Example of Karbandi at Bagh-e Dolat Abad in Yazd. *Nexus Network Journal*, 18, 169-195.
- Leyliyan, M. R. (2011). How architectural and structural space interacts in Karbandies with structural role in Tabriz Bazaar. *Athar*, 32(53), 111-126. [in Persian]
- Lorzade, H. (2005). Revival of Forgotten Arts: Fundamentals of Traditional Architecture in Iran. Tehran: *Mola publication*. [in Persian]
- Memariyan, Gh. (2016). *Iranian architecture: Construction*. Tehran: Naghmeh noandish publication. [in Persian]
- Mohammadiyanmansour, S., & Faramarzi, S. (2012). Typology and the Formulating Geometric Structure of Karbandi in Iran's Architecture. *Journal of Fine Arts - Architecture and Urban Planning*, 48, 97-109. [in Persian]
- Petralla, S. (2016). Arches and ribbed vaults of the Iranian tradition. In online Proceedings of the International Symposium Masons at Work. *Architecture and Construction in the Pre-Modern World*.
- Pirniya, M., & Bozorgmehri, Z. (2006). *Geometry in architecture*. Tehran: The cultural heritage of the country and Sobhan Noor. [in Persian]
- Pour Ahmadi, M. (2014). A Basic Method for Naming Persian Karbandies Using a Set of Numbers. *Nexus Network Journal*, 16 (2), 313-343.
- Pour Ahmadi, M., & Sohrabi, M. (2019). Design of Persian Karbandi: The Problem of Dividing the Base from a Mathematical Viewpoint. *Journal of Research in Islamic Architecture*, 23, 22-40. [in Persian]
- Raeisi, M., Bemanian, M., & Tehrani, F. (2013). Rethinking the Concept of Karbandi Based on theoretical geometry, practical geometry and building function. *Journal of Restoration and architecture of Iran*, 1(5), 33-54. [in Persian]
- Reyhani Hamedani, H., Mohammadian Mansour, S., Afshinmehr, V., & Bemanian M. R. (2018). Mathematical Analysis of Simple Karbandi in Iranian Architecture. *Journal of Iranian Archaeological Research*, 8(17), 201-220. [in Persian]
- Saremi Naeeni, D., Aibaghi Esfahani, H., & Mirshojaeian Hosseini, I. (2017). Recognising Karbandi in Iran's Architecture and a Review of its Decorative-Structural Role. *British Institute of Persian Studies*, 56 (2), 1-11.
- Shaarbaf, A. (2006). *Gereh and Karbandi*. Tehran: The cultural heritage of the country and Sobhan Noor. [in Persian].